

LES TRACES GEOMETRIQUES

LE CERCLE

LE COMPAS

Rappel sur les instructions officielles

A l'école élémentaire, la géométrie a pour principe d'être avant tout expérimentale, l'enfant n'ayant pas encore acquis la maturité nécessaire pour aborder la géométrie de manière déductive; cette démarche d'approche étant réservée au collège. Cependant, cet élève observe, reconnaît, construit des figures et acquiert ainsi le bagage expérimental sur lequel s'appuieront ultérieurement les connaissances formalisées. C'est par le faire et donc le tracé qu'il découvre des propriétés géométriques. Pour construire des figures plus complexes, il est confronté à des problèmes qu'il ne peut résoudre a priori et pour lesquelles il devra imaginer des solutions; enfin, c'est au travers des problèmes de construction que se mettront en place, très progressivement en Cours Moyen quelques éléments déductifs.

Remarque sur les variables didactiques entrant en jeu dans les tracés et les constructions géométriques

On appelle variables didactiques des éléments (ou facteurs) qui par leur présence ou leur absence influenceront sur les capacités de construction d'une figure donnée. On cite principalement:

les outils

les repérages

la formulation des consignes

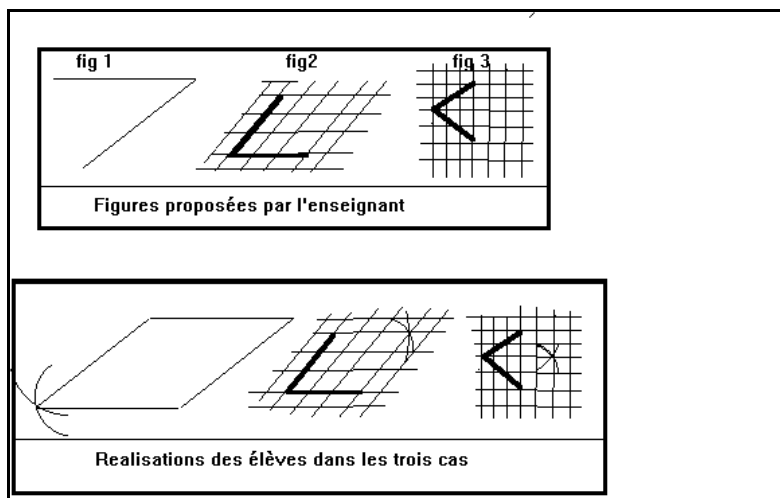
les compétences techniques de l'élève

le positionnement des figures.

la formulation des consignes:

Problème posé: un exercice est donné en CM2; voici les figures proposées, la consigne et les réalisations des élèves. Quelles sont les problèmes didactiques soulevés?

Exercice proposé en CM2 une fois les propriétés du losange constatées d'après une série de figures et de mesures: consigne: " J'ai commencé trois figures, à vous de les achever pour créer dans chaque cas un losange. "
--



On constate au niveau des trois figures que l'élève utilise toujours une même démarche:

construction à l'aide du compas alors que le support papier était là pour suggérer trois démarches distinctes s'appuyant sur trois propriétés du losange:

figure 1 : Un losange possède quatre côtés isométriques (ou égaux)

figure 2: un losange est un parallélogramme; il suffit que deux côtés consécutifs soient égaux

figure 3: un losange possède deux diagonales qui se coupent à angle droit et en leur milieu.

Cette démarche de l'élève provient de la conjonction de deux variables didactiques; l'une concernant la consigne trop " ouverte " et l'autre provenant de la chronologie des tracés à effectuer.

la consigne:

bien trop ouverte, elle n'oblige pas les élèves à modifier leur approche, si la première figure est tracée à l'aide du compas, les autres losanges peuvent l'être aussi (la construction au compas est la construction la plus générale). Il aurait été nécessaire de préciser:

" Pour la figure 1, n'utilise que la règle et le compas.

" Pour la figure 2, n'utilise que le double décimètre

" Pour la figure 3, n'utilise que la règle

" Pourquoi le compas n'est-il pas nécessaire pour tracer la figure 2, la figure 3?

Autres consignes possibles:

" Pour achever ces figures, tu n'utiliseras qu'une seule fois le compas et une seule fois le double décimètre "

" Pour achever ces figures, tu dois utiliser tous les instruments de tracer que tu possèdes, mais une seule fois pour chacun d'eux ."

la succession des figures à achever:

L'ordre dans lequel les figures ont été proposées pose le problème du passage du cas général au cas particulier et induit la conception la plus simple du losange: figure à quatre côtés

égaux dont la tracé ne peut, sur papier blanc que se réaliser à l'aide du compas.

Pour modifier la stratégie de l'élève, il fallait proposer les figures dans un autre ordre:

figure 3: qui se construit par symétrisation (dans un repère induit orthonormé, les cases sont des carrés)

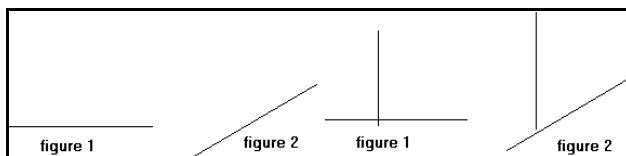
figure 2 : pour laquelle seule la mesure d'un côté appartenant à un axe suffit

figure 1 : pour laquelle aucun repérage n'est possible.

les repérages:

voici deux tracés relevés chez des élèves de CE2 (premier tracé et de CE1 (second tracé). Quelle est la nature de la difficulté induite dans les deux cas?

CE2: La consigne était la suivante: " utilisez l'équerre pour tracer la perpendiculaire à la droite que j'ai tracée. "



Les enfants reconnaissent la perpendicularité lorsqu'il s'agit d'horizontale et de verticale, mais lorsque la droite est disposée en oblique, le tracé devient alors problématique: l'équerre n'est plus utilisée à bon escient, la notion d'angle droit régresse par rapport à la notion de verticalité, ceci est d'autant plus vrai que l'enfant indiquera bien l'angle droit de l'équerre, montrera les côtés perpendiculaires mais n'utilisera pas cette propriété lors du tracé.

deux explications à cela:

l'une technique:

les élèves possèdent des cahiers lignés, la prégnance verticale / horizontale est très forte depuis le CP, ce qui conduit à des conditionnements ; de plus, au tableau, la plupart des droites sont tracées horizontalement ou avec une obliquité faible, les perpendiculaires étant alors verticales ou quasi verticales; ce qui amène la prise en compte d'une variable didactique sous-jacente: l'utilisation du vocabulaire et sa représentation:

verticalité et perpendicularité à une droite se représentent par le même signifiant d'où par " économie ", le premier mot et cette première notion occulteront le deuxième, qui sera - **à tort**- incluse dans la première.

l'autre psychologique:

au niveau mémorisation et apprentissage d'une notion, il est nécessaire, pour différencier deux éléments l'un de l'autre que la probabilité d'apparition d'une notion par rapport à l'autre soit forte, c'est à dire que le prédictif (la prévision d'apparition d'une notion par rapport à une autre) ne soit pas érigé en règle.

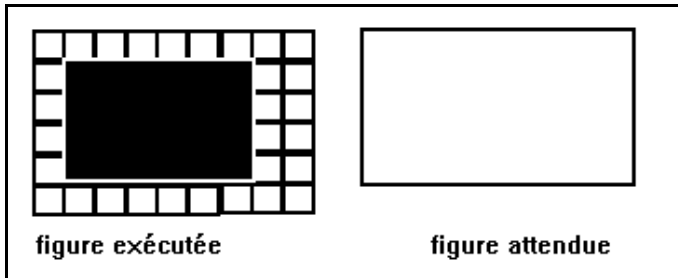
dans le cas présent, il est nécessaire que les droites présentées sur le tableau ne soient pas essentiellement horizontales, mais puissent surtout présenter un caractère d'obliquité (cas général alors que l'horizontalité est une position particulière).

les outils et les repérages:

En CE1:

Etudier la consigne donnée et la production des élèves:

Consigne: tracez un rectangle de 4cm sur 6cm.



La plupart des élèves utilise les réglures " Sièyès " sans aucune hésitation et tracent donc le rectangle en utilisant les carreaux déjà dessinés.

Au niveau de l'interprétation didactique: un facteur " brouille " la notion de centimètre: le carreau qui est de fait pour l'enfant une unité de mesure habituelle y compris lors de la présentation des cahiers " trace un trait à 5 carreaux de la marge ".

un deuxième élément peut provenir de la consigne elle-même: si l'enseignant précisait à chaque fois d'utiliser le double décimètre pour tracer un rectangle de 4 cm sur 6 cm; on pourrait obtenir de plus nombreuses réussites.

Remédiation:

consigne à poser alors: utilise maintenant ton double décimètre pour vérifier que les côtés mesurent bien 4cm et 6 cm.

Les élèves d'abord étonnés tracent une figure répondant bien aux dimensions.

Autres questions:

Es-tu sûr d'avoir répondu à la question? oui parce que les côtés mesurent 4cm et 6cm

Es-tu sûr d'avoir tracé un rectangle? oui

Pourquoi? (pas de réponse)

De quel instrument t'es-tu servi? du double décimètre

Analyse de ce dialogue:

bien que les élèves connaissent les propriétés principales du rectangle, seule émergent les longueurs; les notions d'orthogonalité des côtés disparaissent, cette notion n'apparaissant pas comme essentielle dans la mesure où les lignes des réglures sont perpendiculaires; d'où reproduction à ce niveau de l'allure générale d'une figure sans reconnaissance de ses propriétés.

remédiation:

Le passage par du papier uni amène l'enfant à concevoir que le double décimètre est utile pour repérer un segment; mais insuffisant pour concevoir deux droites perpendiculaires.

Les compétences techniques de l'élève:

Il s'agit de deux exercices, l'un provenant du " nouvel Objectif calcul " de CM1; l'autre tiré de " Maths en Fêtes " de CE2.

Dans les deux cas, quels sont les problèmes soulevés par ces deux énoncés, peut-on prévoir les erreurs possibles?

Sur une feuille blanche, essaie de refaire, en plus grand, le dessin A.

Le côté devra mesurer 10cm.

découpe le.

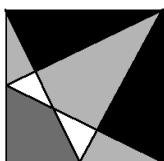


figure A

A quatre, faites le puzzle.

Avec quatre dessins comme celui-ci, on peut faire un grand carré comme celui-là.

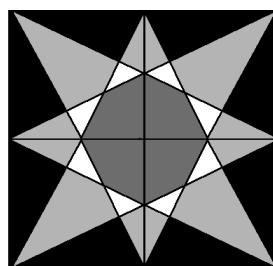


figure B

Questions: quelles sont les compétences disciplinaires mises en jeu; quelles doivent être les connaissances acquises, quels sont les outils maîtrisés?

à quelles autres difficultés vont se heurter les élèves ?

Réponses:

les premières difficultés vont provenir de la vision même de la figure à reproduire: on remarque une forme globale externe: le carré mais il n'est pas certain que celle-ci soit vue par les élèves, la confondant avec les marges du dessin. dans ce même domaine: les formes internes ne sont pas simples; bien quelles veillent l'être: la régularité n'est pas la vision que l'enfant possédera: il ne conceptualisera pas la symétrie existante (diagonale du carré) ou les segments égaux. Enfin, remarquer que les milieux de deux côtés servent de point de départ des figures internes n'est pas évident.

Lors de l'assemblage de quatre formes: problème de positionnement des figures.

Les difficultés concernant les compétences mises en jeu:

reconnaissance du carré
reconnaissance de formes symétriques et d'éléments
isométriques (segments égaux)
connaissance d'un organigramme de tracé
pouvoir opérer par retournement (symétrie axiale).

Les connaissances acquises:

savoir tracer un carré:

utilisation de la règle, du double décimètre et de
l'équerre

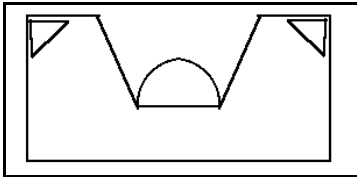
trouver le milieu d'un segment:

utilisation du double décimètre; division par 2

Les instruments maîtrisés:

règle, double décimètre, équerre.

En CM1:



Reproduis la figure ci joint sur une feuille
blanche. Ne dessine pas les équerres.

Quelles sont les connaissances et
compétences mises en jeu ?

Quels sont les problèmes qui peuvent se
poser à l'élève ?

A ce niveau (en CM1), l'élève doit savoir décoder une figure,
reconnaître les angles droits, pouvoir considérer que le
diamètre du demi-cercle est connu.

Quelques problèmes cependant:

il n'est jamais dit que la figure possédait plus de deux
angles droits; en fait, les angles de la base, non repérés par
l'équerre ne peuvent qu'être droits (problème relatif à la
symétrie de la figure)

que certains côtés sont parallèles

que la figure possédait un axe de symétrie

d'où, une situation de recherche pour l'élève qui devra
effectuer des calculs pour placer correctement le demi cercle.

LE CERCLE

Observations relatives à une séquence de classe.

En CM1, le cercle a déjà été présenté comme un ensemble infini de points situés à une distance égale d'un point donné fixe appelé centre du cercle; le rayon et le diamètre du cercle ont été précisés; les élèves savent tracer des cercles à partir de la consigne type: " tracez un cercle de Xcm de (rayon /diamètre) " .

Nouvelle consigne donnée: " Placez sur votre feuille blanche un point A en rouge. Placez maintenant un point B (noir) à cm du point A. Placez un autre point noir à 4cm du point A, puis encore un autre, placez encore environ une dizaine de points à 4cm du point A. "



Les élèves placent consciencieusement les point b à l'aide de leur double décimètre à 4 cm du point A. dans un premier temps, ils ne font pas la relation avec le cercle. Certains commencent cependant , de par la multiplicité des points et la trace correspondante à se rapprocher de la notion de cercle; mais le compas n'est pas utilisé.

Lorsque le contour se précise assez nettement, certains pensent à faire la liaison avec le compas; il faut encore d'autres tracés de points équidistants d'un point donné pour que cette idée soit acceptée par la plupart des élèves de la classe, sans que l'on puisse réellement distinguer ce qui est de la réflexion personnelle de ce qui revient à l'imitation.

Analyse de cette situation:

Contrairement à ce que l'on pourrait penser, la notion de cercle n'est pas simple; ce n'est pas parce que les enfants visualisent différents rayons du cercle et qu'ils constatent que ces rayons possèdent tous la même longueur que le passage à la création d'un cercle est facile d'autant que d'habitude, on trace d'abord un cercle.

Deux niveaux de difficultés:

le passage d'un énoncé à sa réciproque: " le cercle est l'ensemble des points qui sont situés à égale distance d'un point fixe " a pour réciproque: " si des points sont équidistants d'un point fixe, alors ils appartiennent à un même cercle "

le passage du discontinu au continu

un enfant ne peut comprendre des phrases telles " la droite est un ensemble infini de points ; il ne se représente que de s petits morceaux de droite (de courts segments) amis ne visualise pas l'élément point et peut il extraire un point d'une ligne? ou, un ensemble de points ne peut-il être autre chose qu'un groupe d'éléments juxtaposés?

Vérifications de cette analyse:

Si on demande aux élève de rechercher sur une nouvelle feuille la position des points situés à 5 cm d'un point donné, quatre comportements apparaissent:

prise de la règle graduée et tracé de tous les points, seule différence avec la figure précédente, une plus grande rapidité d'exécution

prise de la règle graduée, le 0 est placé sur le point fixe , puis pivotement de la règle graduée

prise du compas et tracé d'arcs de cercles

prise du compas et tracé d'un cercle.

Les UTILISATIONS DU COMPAS:

Au plan étymologique le mot compas est apparu vers 1155 avec un sens proche du sens latin: " mesurer avec le pas " c'est à dire, le compas était un instrument de mesure servant pour des reports réguliers puis servant à tracer des objets mathématiques. On peut penser que cette approche est la même pour des élèves.

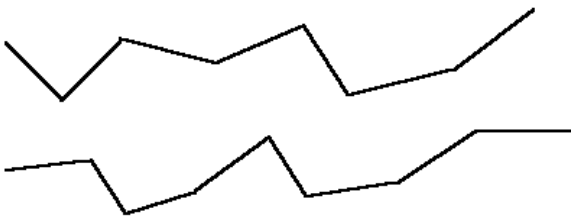
La FONCTION DE TRANSPORTEUR DE DISTANCES

Exercice:

Voici un segment [AB]



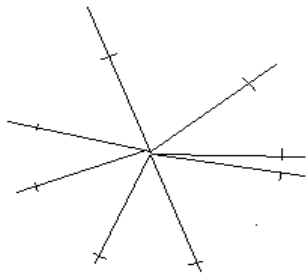
Disposez bout à bout 7 segments qui ont même longueur que le segment [AB]



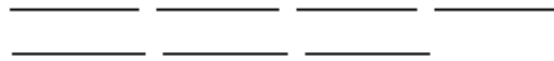
Les tracés des deux élèves concernés sont intéressants car ils montrent bien que la consigne ne précisait pas que les segments soient tous alignés. Il faut remarquer que beaucoup d'élèves avaient tracé les 8 segments mais n'avaient

considéré que le point origine et le point final; et donc un tracé ne répondant pas à la consigne.

Tracé du style tous les segments ont un point commun, mais la consigne générale donnée n'a pas été respectée: "disposez bout à bout..."

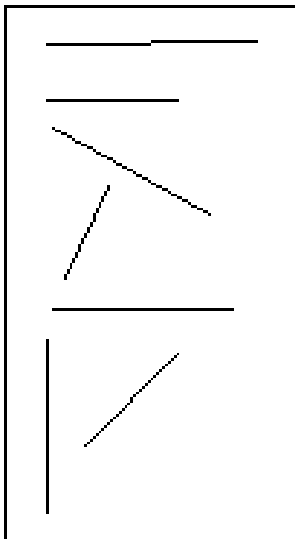


Un dernier type de tracé met en évidence des multiples du segment origine.



Une fois les consignes intégrées:
exercice:

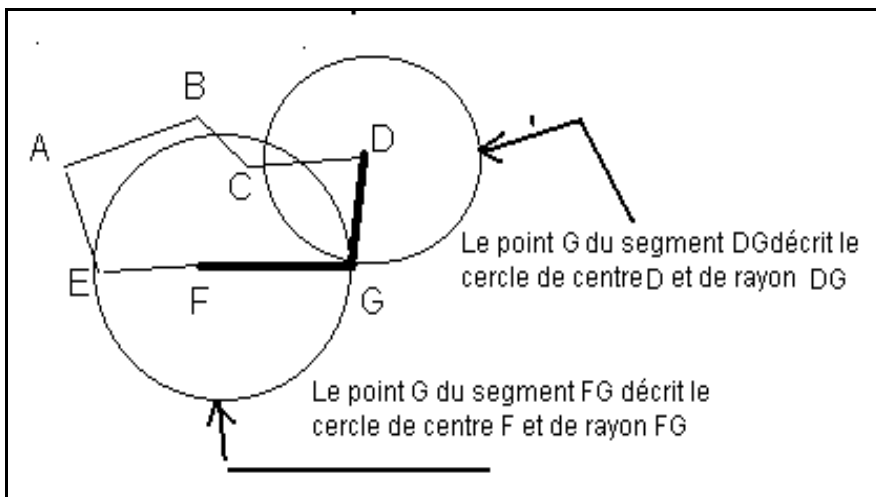
Avec les segments dessinés, formez un polygone (ou une ligne polygonale fermée). Vous pouvez utiliser les instruments que vous souhaitez.



Cet exercice présente une grande difficulté pour des élèves qui manipulent uniquement le double décimètre, et paraît mieux intégré pour ceux qui utilisent le compas: les probabilités de fermer la ligne créée avec les segments dépend en grande partie de la façon dont les premiers segments sont placés et du lieu géométrique décrit par l'extrémité des segments:

ces exercices qui peuvent s'effectuer seuls ou à deux, en apprentissage ou en renforcement permettent à l'élève de se familiariser avec le compas "transporteur de distances" et préparent

les futurs tracés géométriques reproductions de figures ainsi que la



la compréhension des énoncés type:

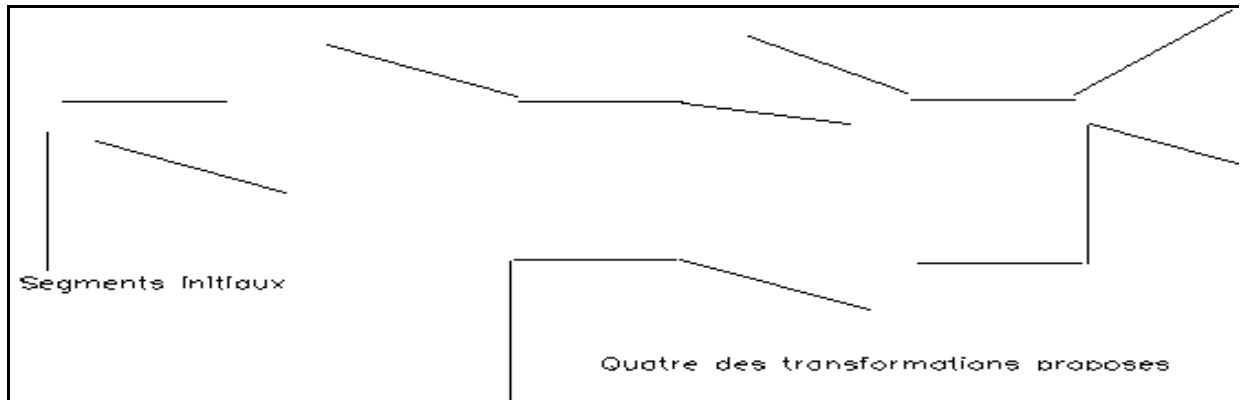
" tracer un triangle ABC dont la mesure des côtés exprimée en centimètres sera: $AB = 8$, $AC = 5$, $BC = 6$ ".

Un exercice du même type a été donné à des

élèves de CM lors d'une animation pédagogique à Beyrouth en 1996:

" Voici 3 segments AB, CD et EF. Vous allez les placer bout à bout. Faites plusieurs dessins les représentant. Vous pouvez

choisir les instruments que vous souhaitez pour représenter ces



segments "

" Une fois cette figure faite, que remarquez vous? "

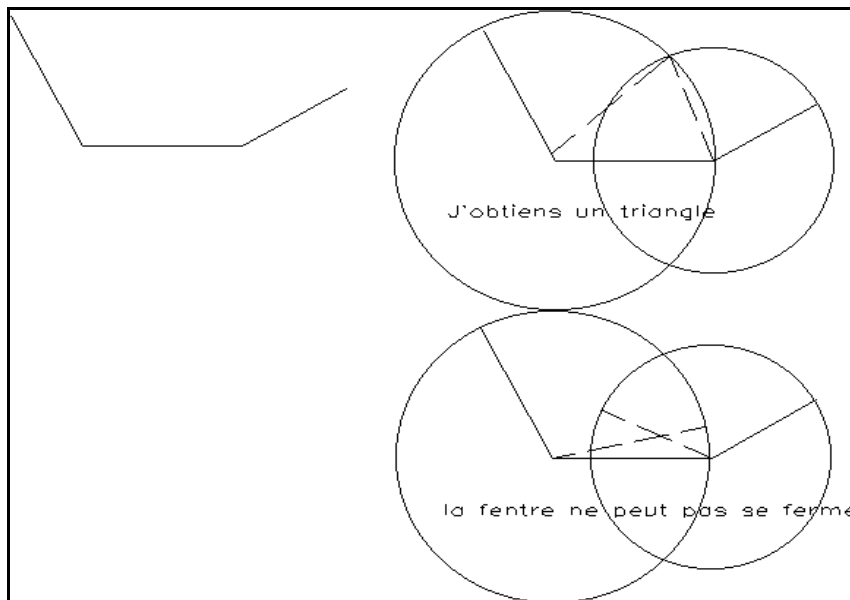
L'extrémité d'un segment est le début de l'autre segment.
(Utilisation de début et non origine dans un premier temps.)

une réponse également donnée: cela ressemble au dessin d'une fenêtre.

" Est-ce vrai pour les trois segments? "

" Refaites une figure où pour chacun des segment, l'extrémité de l'un sera l'origine de l'autre "

" essayez de me montrer comment vous pourrez fermer la fenêtre "
(afin de conserver la réponse donnée par un élève et initier l'utilisation du compas)



Une remarque intéressante avait jailli à ce niveau:

" A quelle condition la fenêtre pouvait-elle se fermer? "

la somme des mesures de deux segments devait être égale à la mesure du troisième côté.

" A quelle condition obtient-on un triangle? "

La somme des mesures de deux côtés est supérieure au troisième côté

la condition concernant la non obtention d'un triangle aurait pu être évoqué par le biais de l'argumentaire développé précédemment mais n'a pas été menée (la somme des mesures de deux segments est strictement inférieure à la mesure du troisième segment).

Exercice proposé à la réflexion d'élèves de CM1

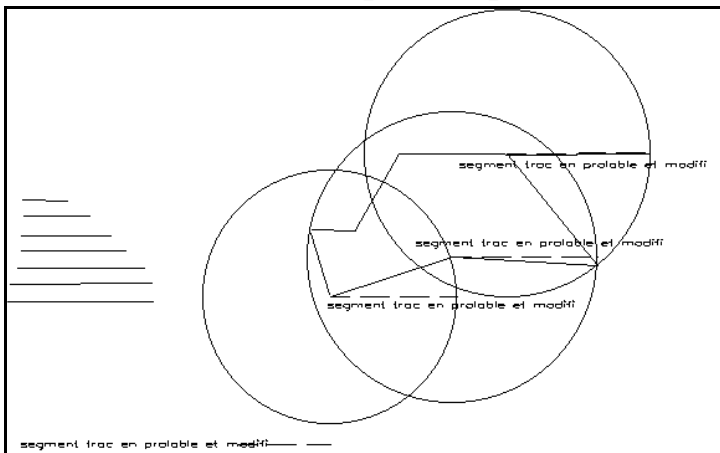
" Voici 7 segments, vous devez créer avec cet ensemble de 7 segments un polygone ayant 7 côtés.

Pour vous aider, vous pouvez dans un premier temps découper des bandes représentant les segments , puis les assembler afin de créer un polygone à 7 côtés. "

Ce préliminaire n'a pas posé grandes difficultés aux élèves qui manipulent les éléments représentatifs des segments; l'exécution fait apparaître différents polygones.

" Deuxième étape: maintenant, vous ne découpez pas de bandes et, en vous servant du compas et de la règle, refaites un polygone à 7 côtés "

Cet exercice est bien plus complexe et fait apparaître un placement des 4 premiers segments de façon fixiste (ces 4 segments n'étant pas déplacés) et 3 segments pouvant être



disposés différemment dans l'espace; les cercles symbolisant les déplacements possibles afin d'obtenir un polygone).

parmi tous les polygones ont été obtenus des polygones convexes et concaves (ou croisés).

Autre remarque: en fonction des segments déjà situées dans le plan,

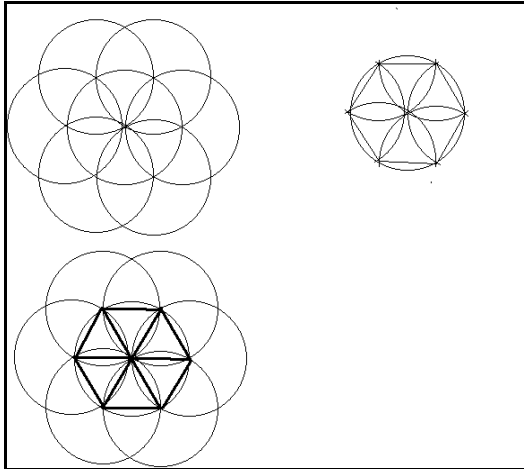
certaines élèves n'ont tracé que deux cercles (les 5 premiers segments donnant une indication suffisante pour l'achèvement de la figure), l'intersection de ces deux cercles étant le point commun des deux derniers segments à placer.

Cette construction sera par la suite reprise au collège lors des reports de secteurs angulaires à valeur précisée.

TRACES DE ROSACES ET CONSTRUCTIONS INTERESSANTES

Les élèves éprouvent de sérieuses difficultés à tracer des parallèles et des perpendiculaires, constructions qui relèvent d'une grande complexité. il serait intéressant de partir d'une figure connue dès le CE2: la rosace pour initier à des constructions de figures nouvelles et initier à des propriétés connues.

Partons de la rosace:

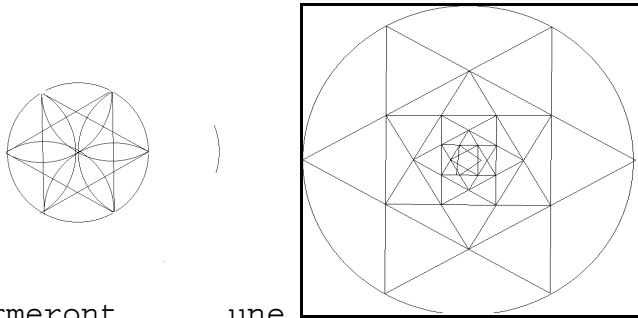


Cette rosace à 6 branches permet le dessin d'un hexagone régulier: le vérifier avec du papier calque par rotation autour du centre du cercle circonscrit.

Cette figure montre que le report du rayon du cercle a déterminé des cordes égales.

la deuxième figure complète l'hexagone en déclinant les triangles équilatéraux (tous les côtés ont pour mesure le rayon du

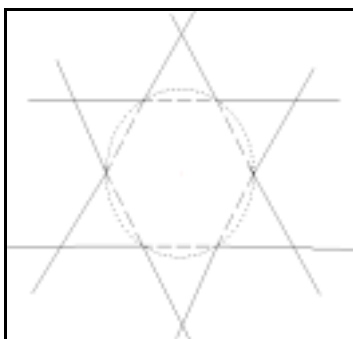
cercle



formeront une

En joignant deux à deux les sommets de la rosace, on obtient alors deux triangles équilatéraux qui en s'entrecoupent étoile.

on peut prolonger ce processus jusqu'à la limite du visible et faire observer la disposition des étoiles les unes par rapport aux autres.

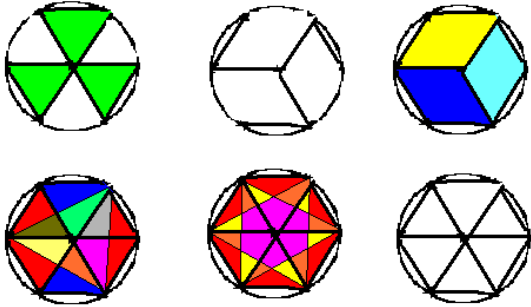


Réciproquement, si nous partons de l'hexagone régulier, nous pouvons, en prolongeant ses côtés obtenir une étoile plus grande que celles précédemment obtenues.

Si l'on joint les sommets de cette étoile, nous obtenons un hexagone régulier et nous pouvons de nouveau prolonger ses côtés de

façon à obtenir une nouvelle étoile plus " grande " que la première.

Ces constructions initient de fait à ce qui par la suite s'appellera un homothétie (réduction ou agrandissement de figures).

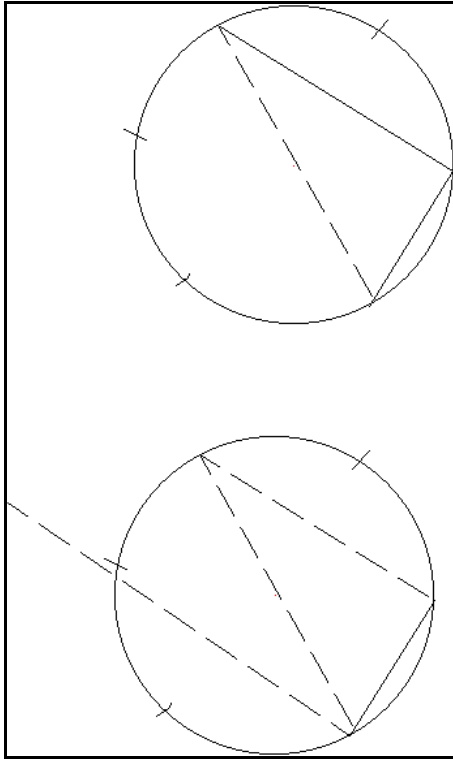


Si l'on repère bien les sommets d'un hexagone régulier, on peut également obtenir d'autres figures intéressantes certaines ont été mises en évidence grâce à différents niveaux de gris:
triangles
losanges

hexagones.

DROITES PARALLELES ET DROITES PERPENDICULAIRES

Travailler à partir de la rosace permet le tracé rapide de droites perpendiculaires et de droites parallèles. En effet, si nous observons les figures suivantes:



En observant la première figure, on constate que deux droites sont perpendiculaires (on aurait pu tracer de la même manière un rectangle)

Le tracé de deux droites perpendiculaires revient alors à considérer l'organigramme suivant:

Tracer un cercle de centre 0

Conserver le rayon et le reporter 6 fois sur le cercle

Joindre les points 1, 3 et 4.

Cette figure, complément de la première permet de visualiser deux droites parallèles dont la distance est égale au rayon du cercle tracé.

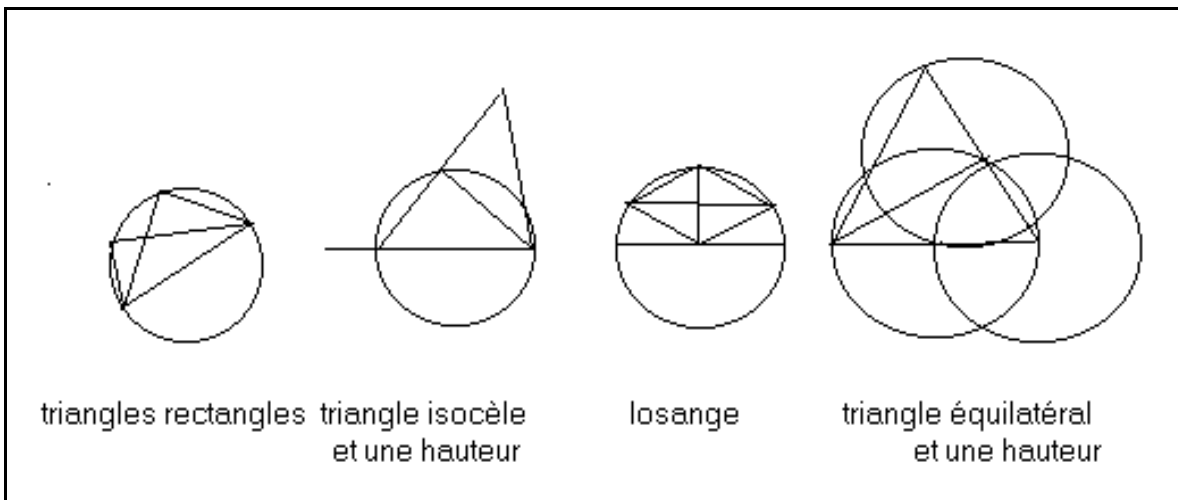
Le tracé de deux droites parallèles de distance donnée d revient à considérer l'organigramme suivant:

Tracer un cercle de centre 0 et de rayon d

Conserver le rayon et le reporter 6 fois sur le cercle

Joindre les points 1, 3 puis 4 et 6.

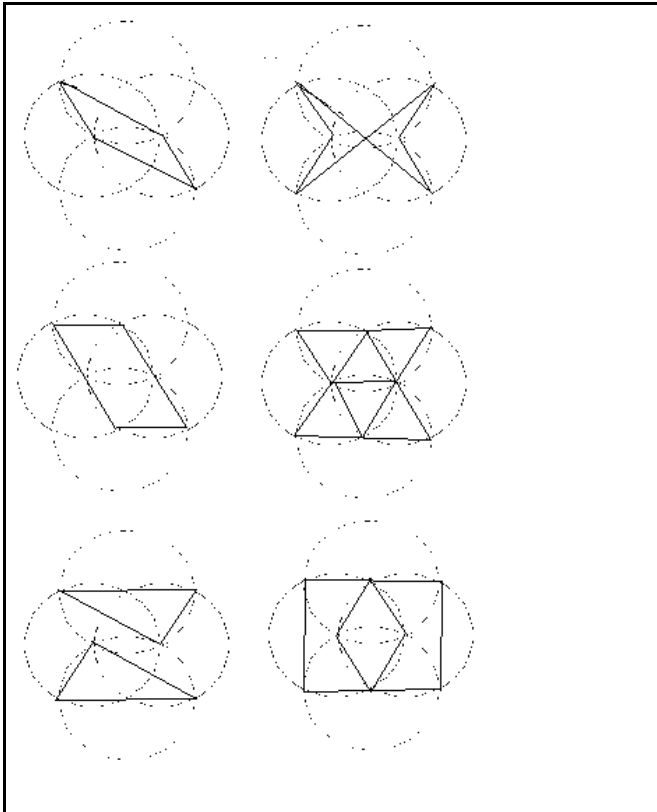
De l'ensemble de ces observations , il est alors possible d'inventer des théorèmes (ici le terme réel serait des lemmes)



permettant de décrire avec précision les figures obtenues à l'aide de ces tracés primitifs:

D'autres figures telles le trapèze isocèle peut également être construites.

Intéressons nous à ces constructions particulières:



Nous remarquons que des propriétés concernant les symétries apparaissent.

Figure 1:

la figure obtenue possède des côtés parallèles deux à deux

Figure 2:

les deux quadrilatères sont symétriques par rapport au point d'intersection de la droite des centres et de la droite passant par les points d'intersection des deux cercles

Figure 3:

Les côtés opposés sont parallèles deux à deux

Figure 4:
deux symétries: centrale et axiale

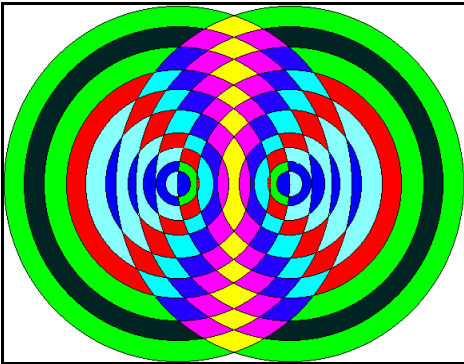
Figure 5:
triangles rectangles symétriques par symétrie centrale

Figure 6:
pentagones symétriques par symétrie axiale ou reconnaissance d'un rectangle et d'un losange ayant même centre de symétrie.

DESSINS GEOMETRIQUES

Il est facile de lier les éléments techniques précédemment définis à un aspect ludique. Ils s'inscrivent dans une progression logique concernant une utilisation, raisonnée du compas.

Cet aspect peut être mené dans des classes de CE2 avec aide ou en CM1 .



Cette figure a pour départ deux points A et B distincts et des cercles concentriques dont les rayons peuvent ou non obéir à une suite arithmétique de type:

$$r(\text{suivant}) = r(\text{précédent}) + X \text{ cm}$$

Les couleurs sont là pour le passage de la représentation géométrique au dessin .

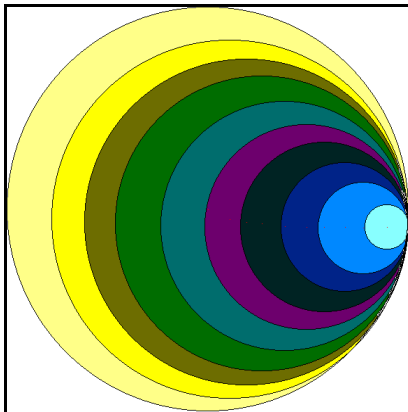
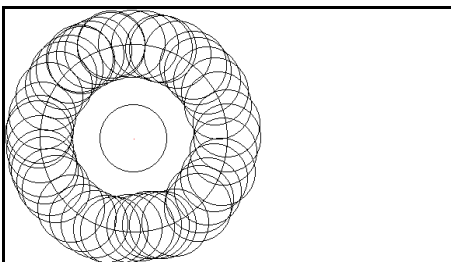
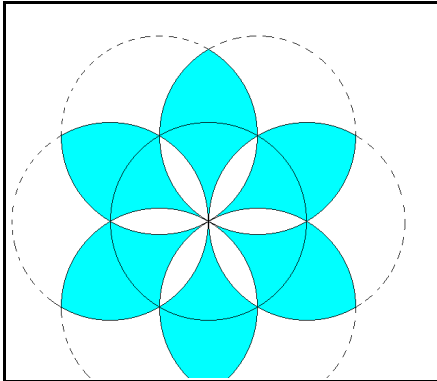


figure dans laquelle les centres des cercles sont réparties sur une droite ou une ligne, la distance O, O' pouvant ou non être constante.

ces figure dans laquelle des cercles sont tangents intérieurement est pour les élèves plus complexe à observer; les centres ne leur paraissant pas immédiatement correspondre à un cercle.



A ce niveau, les cercles voient leurs centres respectifs appartenir à un cercle primitif (que celui-ci soit ou non apparent.



Ces figures assez simples préparent à des travaux d'observation et de construction plus complexes. Pour toutes ces figures, il est nécessaire de développer la phase d'observation, de laisser les élèves dessiner sur le modèle, puis de les inciter à construire un organigramme. Aucune de ces figures n'a été observée et l'organigramme écrit dans une démarche

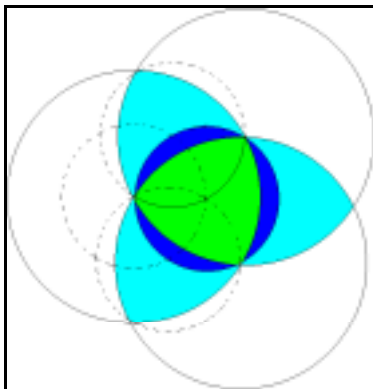
d'apprentissage individuel, tous les travaux, exception faite de la réalisation finale proviennent de travaux de groupe, que ce soit en CM1 ou en CM2 (le niveau de compétences étant essentiellement technique).

Organigramme:

cercle de centre O et de rayon r

conserver le rayon et le reporter sur le cercle

colorier les parties comme indiqué sur la figure



Organigramme

cercle de centre O et de rayon r

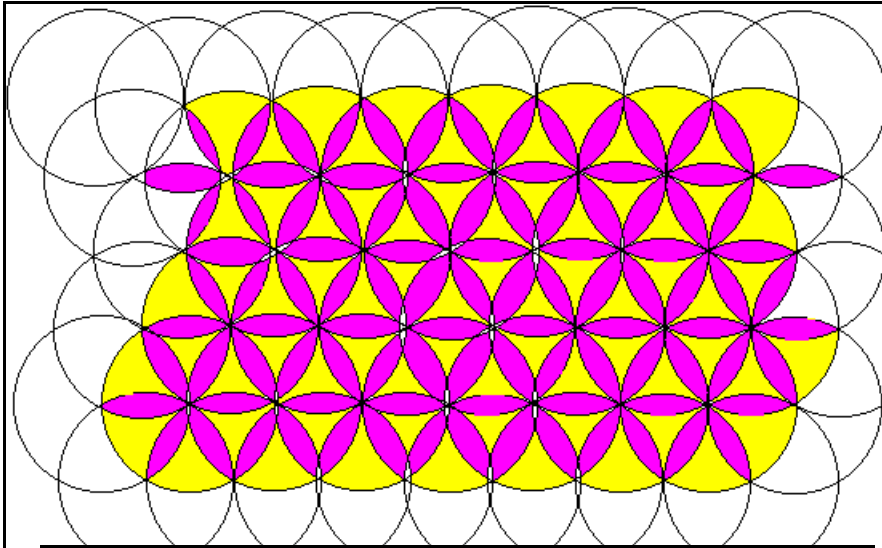
conserver le rayon et le reporter sur le cercle

prendre les points 1, 3, 5 ou 2, 4, 6.

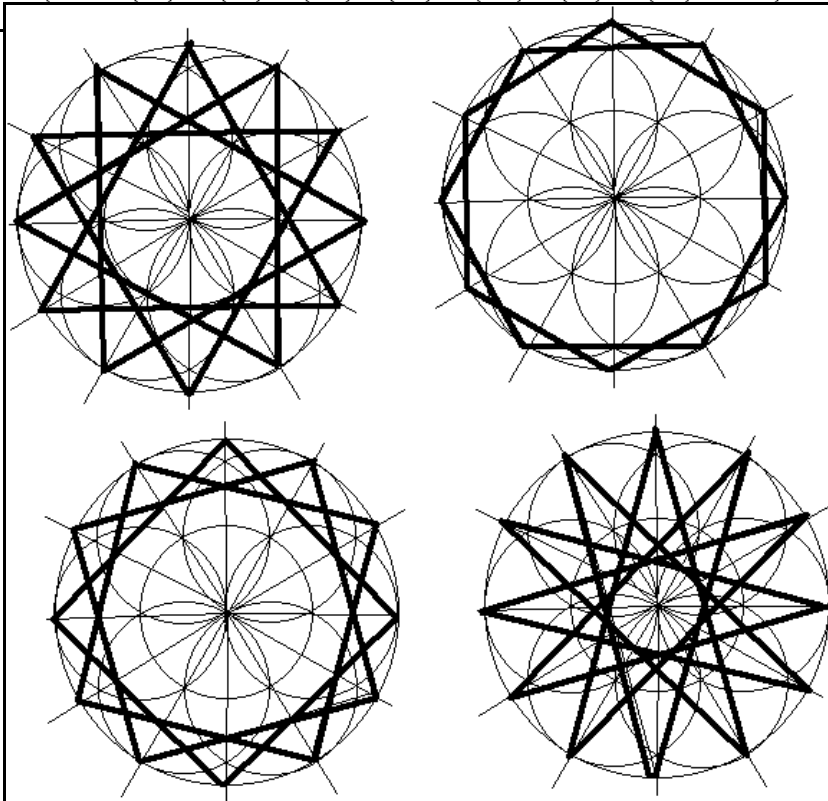
tracer des cercles de centre ces points et de rayon $2r$

colorier la figure comme indiqué.

Cette dernière figure est une compilation de rosaces .



A ce niveau, il est à remarquer la technique, le soin ainsi que la précision des tracés. des formes plus élaborées peuvent apparaître (hexagones, treillis) mais à mon avis sont très difficiles à exécuter en CM.



Les quatre figures dodécagones peuvent faire l'objet d'une observation, d'une étude puis d'une reproduction de la part des élèves. La première observation consiste à passer de l'hexagone au dodécagone, puis des douze points obtenus sur le cercle aux formes représentées (les points sont reliés par des segments grâce à un algorithme).

EXERCICE PROPOSE EN ANIMATION PEDAGOGIQUE

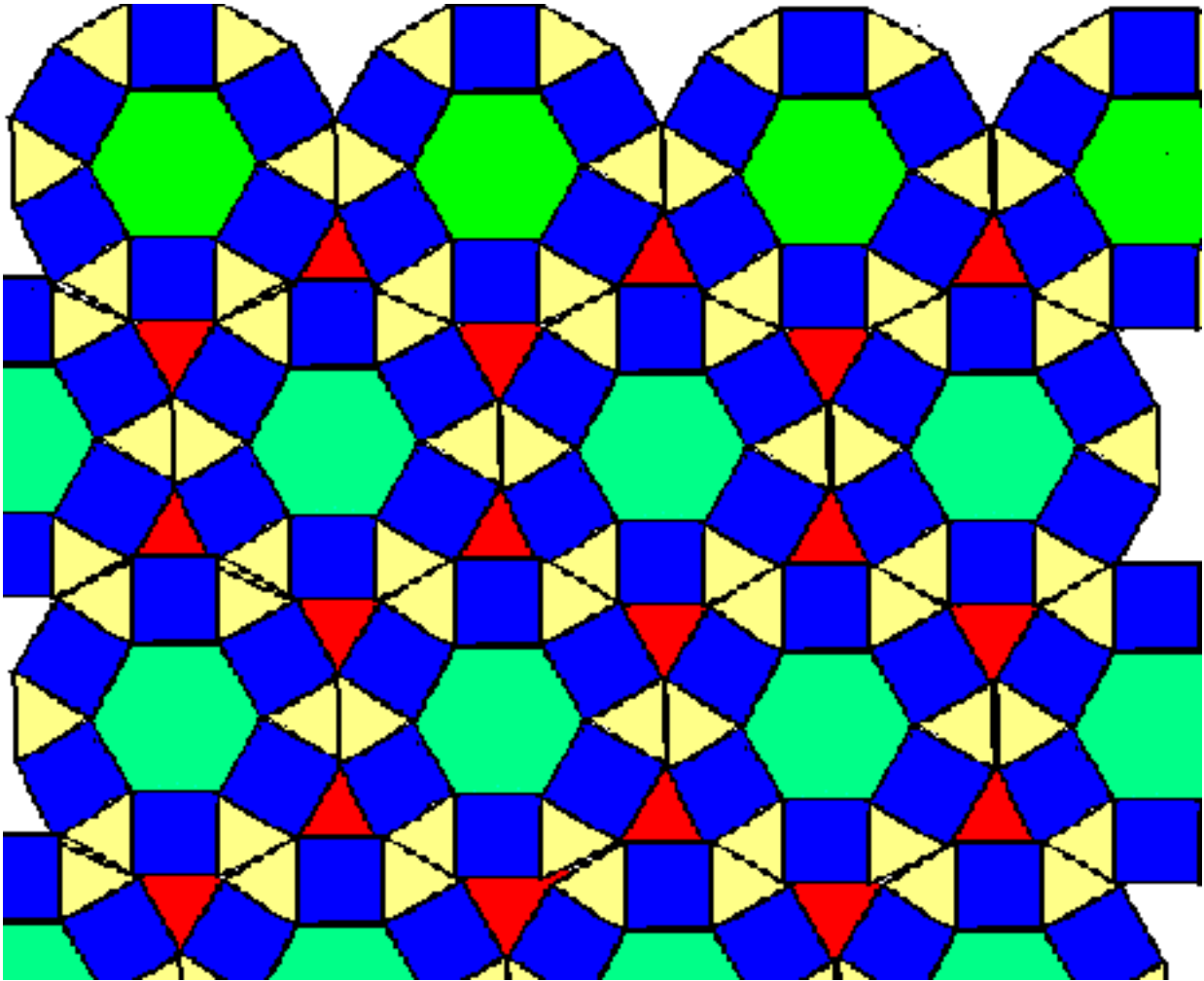
Voici une fresque. Dans un premier temps, observez-la puis:
Déterminez la forme minimale nécessaire à la reproduction ou l'itération de la figure

Quels sont les principes de construction des figures simples obtenues (retrouvez les théorèmes nécessaires pour bâtir ces figures

Imaginez un organigramme de construction règle et compas

Construisez la figure de base

Reproduisez la fresque.



La forme minimale est un dodécagone constitué en couronne intérieure d'un hexagone régulier et sur la partie extérieure de l'hexagone de carrés et de triangles équilatéraux.

Les figures se construisent assez facilement si elles sont séparées:

hexagone à partir d'un cercle , le rayon étant transporté sur la circonférence

carré sans difficulté avec le compas (segment, angle de 90°)

triangle équilatéral simple avec le compas

Organigrammes de construction:

deux organigrammes distincts:

1/ partir de la création de l'hexagone

tracer les droites passant par des sommets de type 1,3;
3,5,;5,2 etc... pour créer des droites parallèles supports des
carrés

finir la construction

2/ A partir d'un carré ou d'un triangle équilatéral
construire un carré puis un triangle équilatéral adjacent;
répéter 6 fois l'opération.

Deux remarques:

quelle sera la construction la plus précise? (en théorie
elles se valent, mais les reports de mesures sont pus nombreux
dans le cas 2; donc source d'imprécisions

les cercles concentriques contenant l'un l'hexagone et
l'autre le dodécagone ne possèdent pas des rayons doubles l'un
de l'autre.

§

SUGGESTIONS DE PRESENTATION DU CERCLE

S'il est vrai et facile de partir du disque (C.D., CDRom) c'est à dire le disque et donc le cercle sous la forme finale, il est préférable de partir de situations problèmes qui définiront par la suite la nécessité de parler de centre, de rayon, de diamètre et de pourtour (circonférence ou cercle).

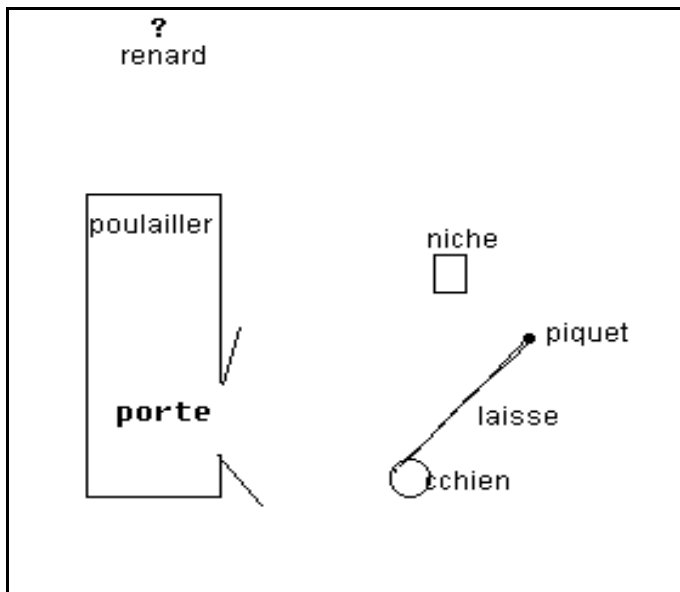
Situation problème initiale:

Le chien et le renard (histoire à adapter en fonction du milieu)
Un paysan, voyant que son poulailler était détroussé par un renard, décida d'acheter un chien de garde. Le paysan attache le chien près de sa niche à l'aide d'un pieu enfoncé dans le sol et d'une corde.

La nuit, le renard arrive. Le chien aboie, tire sur sa laisse, court.

Si tu étais le renard, quel territoire éviterais-tu pour ne pas te faire prendre par le chien?

Et si tu étais le paysan, où attacherais-tu ton chien?



En première approche, les élèves utilisent le double décimètre sans que ce dernier n'ait été indiqué et construisent un ensemble de points distincts équidistants du piquet.

Deuxième étape un peu plus guidée:

" Et si nous représentions la situation dans la cour de récréation: un arbre, une corde à sauter, un élève qui représentera le

chien... ". Les élèves visualisent ainsi le cercle et son rayon.

Le déplacement maximal du chien représente le cercle de centre O et de rayon r

L'ensemble des déplacements du chien représente le disque de centre O et de rayon r

Deuxième étape: faire varier la longueur de la corde, étudier les conséquences sur le cercle. On visualise ainsi les cercles concentriques de centre O .

Construisons l'outil qui permettra ces tracés.

Dans la cour de récréation, la corde à sauter et la craie sont les objets rudimentaires (mais qui existent sous une forme voisine pour le jardinier qui souhaite créer un massif circulaire de fleurs) et il va falloir les adapter à la classe: punaise, ficelle et crayon ou clou, tige métallique et crayon fixé par un élastique, etc...il est nécessaire que les enfants manipulent bien ces outils techniques pour s'apercevoir de leurs imperfections et admettre ensuite l'usage du compas.

Usages des mots diamètre et rayon.

En mathématique, le rayon correspond à deux entités distinctes: soit le segment qui joint le centre au cercle, soit la mesure de ce segment. La définition $C(T,5)$ signifie d'ailleurs cercle de centre T et de rayon 5 cm.

Le diamètre est la plus grande des cordes d'un cercle.

Le mathématicien utilisera fréquemment le mot rayon

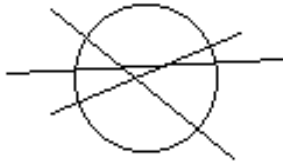
Le technicien utilisera uniquement le mot diamètre, car les instruments dont se servent les métiers techniques (pied à coulisse par exemple) ou les orifices, les trous ne se calculent qu'à partir d'un diamètre .

Situation problème:

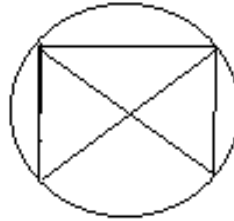
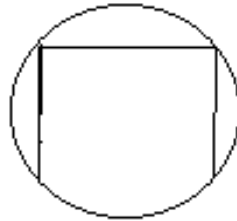
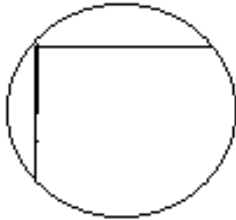
Rechercher le centre d'un cercle dont on possède la circonférence.

Situation: donner en CM2 une feuille photocopiee sur laquelle figure un cercle de 5 à 6 cm de rayon et dont on a effacé le centre. Consigne retrouver le centre du cercle.

Sur les trois approches présentées, seule la première est (approche intuitive) est utilisée, les deux autres reposent sur une aide au départ.



Tracés de cordes tendant à se rapprocher d'un diamètre. Travail par approximations. Le centre est mal défini.



tracé d'un angle droit à l'aide de l'équerre, tracé de deux angles droits figurant deux triangles rectangles. L'intersection des hypoténuses figure le centre du cercle.

la troisième approche repose sur le tracé des médiatrices de deux cordes, cette approche n'est pas à considérer comme possible en CM.